

PPPG Matematika  
Kode Dok : F-PRO-020  
Revisi : 0

UNTUK KALANGAN SENDIRI

*Nama Kegiatan:*  
**Penulisan Modul  
Paket Pembinaan Penataran**

*Judul Naskah Asli:*  
**MODEL PEMBELAJARAN MATEMATIKA  
DENGAN PENDEKATAN PENEMUAN TERBIMBING**

*Penulis:*  
**Drs. Markaban, M.Si.**

*Penilai:*  
**Drs. M. Danuri, M.Pd.  
Dra. Arti Sriati, M.Pd.**

*Editor:*  
**Drs. Rachmadi Widdiharto, M.A.**

*Ilustrator:*  
**Yulianto, S.Si. M.Si.**

**DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL  
PUSAT PENGEMBANGAN DAN PENATARAN GURU MATEMATIKA  
YOGYAKARTA  
2006**

## Daftar Isi

Kata Pengantar .....	i
Daftar Isi .....	ii
Bab I Pendahuluan .....	1
A. Latar Belakang .....	1
B. Tujuan Penulisan Paket .....	2
C. Ruang Lingkup .....	2
D. Sasaran .....	2
E. Pedoman Penggunaan Paket .....	3
Bab II Model Penemuan Terbimbing .....	5
A. Konsep Belajar dan Model Pembelajaran .....	5
B. Model Penemuan Terbimbing .....	8
1. Strategi Penemuan Induktif .....	11
2. Strategi Penemuan Deduktif .....	13
3. Langkah-langkah dalam Penemuan Terbimbing .....	15
Bab III Contoh Rencana Pelaksanaan Pembelajaran .....	17
A. Model Pembelajaran untuk Sekolah Dasar .....	17
B. Model Pembelajaran untuk Sekolah Menengah Pertama .....	25
C. Model Pembelajaran untuk Sekolah Menengah Atas .....	29
Lembar Kerja Siswa (LKS.1) .....	32
Lembar Kerja Siswa (LKS.2) .....	33
Lembar Kerja Siswa (LKS.3) .....	34
Lembar Kerja Siswa (LKS.4) .....	35
Lembar Tugas .....	36
A. Model Pembelajaran untuk Sekolah Menengah Kejuruan .....	38
Bab IV Penutup .....	43
Daftar Pustaka .....	45

## **Bab I**

### **Pendahuluan**

#### **A. Latar Belakang**

Pemerintah Indonesia, khususnya Departemen Pendidikan Nasional telah berupaya untuk meningkatkan kualitas pendidikan matematika, baik melalui peningkatan kualitas guru matematika melalui penataran-penataran, maupun peningkatan prestasi belajar siswa melalui peningkatan standar minimal nilai Ujian Nasional untuk kelulusan pada mata pelajaran matematika. Namun ternyata prestasi belajar matematika siswa pada jenjang Pendidikan Dasar dan Menengah masih jauh dari harapan, ini terlihat prestasi wakil-wakil siswa Indonesia yang merupakan siswa-siswa terbaik didalam Olimpiade Matematika Internasional (*IMO*) yang kali pertama mengikuti tahun 1988 di Canberra Australia dan sampai tahun 2005 mendapat 1 perak, 10 perunggu dan 16 *Honorable Mentions* (Muchlis, 2005) dan menurut Michael O. Martin dan Ina V.S. Mullis dalam makalahnya tanggal 12 Mei 2006 yang berjudul Indonesia di TIMSS 2003 bahwa prestasi matematika TIMSS 2003 Indonesia masih rendah. Hal ini merupakan suatu indikasi bahwa tingkat pemahaman matematika siswa Indonesia masih rendah.

Tingkat pemahaman matematika seorang siswa lebih dipengaruhi oleh pengalaman siswa itu sendiri. Sedangkan pembelajaran matematika merupakan usaha membantu siswa mengkonstruksi pengetahuan melalui proses. Sebab mengetahui adalah suatu proses, bukan suatu produk (Bruner: 1977). Proses tersebut dimulai dari pengalaman, sehingga siswa harus diberi kesempatan seluas-luasnya untuk mengkonstruksi sendiri pengetahuan yang harus dimiliki.

Proses pembelajaran dapat diikuti dengan baik dan menarik perhatian siswa apabila menggunakan metode pembelajaran yang sesuai dengan tingkat perkembangan siswa dan sesuai dengan materi pembelajaran. Belajar matematika berkaitan dengan belajar konsep-konsep abstrak, dan siswa merupakan makhluk psikologis (Marpaung:1999), maka pembelajaran matematika harus didasarkan atas karakteristik matematika dan siswa itu sendiri. Menurut Fruedenthal, .... *mathematics as a human activity. Education should given students the "guided" opportunity to "re-invent" mathematics by doing it.* Ini sesuai dengan pilar-pilar belajar yang ada dalam kurikulum pendidikan kita, salah satu pilar belajar adalah belajar untuk membangun dan menemukan jati diri, melalui proses pembelajaran yang aktif, kreatif, efektif, dan menyenangkan (lampiran Permendiknas no 22 th 2006). Untuk itu, dalam pembelajaran Matematika harus mampu mengaktifkan siswa selama

proses pembelajaran dan mengurangi kecenderungan guru untuk mendominasi proses pembelajaran tersebut, sehingga ada perubahan dalam hal pembelajaran matematika yaitu pembelajaran yang berpusat pada guru sudah sewajarnya diubah menjadi berpusat pada siswa.

Untuk melakukan itu perlu disusun model pembelajaran dan dicarikan alternatif yang dapat memperbaiki pembelajaran matematika tersebut. Salah satu alternatif yakni model pembelajaran dengan pendekatan penemuan terbimbing, karena model ini selain dapat mengembangkan kemampuan kognitif siswa, juga dapat meningkatkan kemampuan siswa dalam hal mengkomunikasikan Matematika dan ketrampilan sosial.

## **B. Tujuan Penulisan Paket**

Penulisan Paket Pembinaan Penataran yang berjudul Pembelajaran Matematika dengan Pendekatan Penemuan Terbimbing ini mempunyai beberapa tujuan diantaranya :

1. meningkatkan kompetensi para alumni diklat dalam mengelola pembelajaran matematika di kelas dengan pendekatan penemuan terbimbing atau saat bertugas mengimbaskan hasil-hasil diklat di wilayah masing-masing,
2. menambah jumlah referensi bagi pembaca dalam menyusun rencana pelaksanaan pembelajaran yang berorientasi PAKEM.

## **C. Ruang Lingkup**

Penulisan bahan Paket Pembinaan Penataran ini dimaksudkan untuk meningkatkan kompetensi guru matematika dalam menyelenggarakan proses belajar mengajar di sekolahnya. Hal-hal yang akan dibahas dalam paket ini meliputi : Konsep Belajar dan Model Pembelajaran, Strategi Penemuan dengan Induktif maupun Deduktif serta Contoh-contoh Rencana Pelaksanaan Pembelajaran dengan Model Pembelajaran dengan pendekatan Penemuan Terbimbing

## **D. Sasaran**

Sasaran dari paket ini adalah :

1. peserta dan alumni diklat yang diselenggarakan oleh PPPG Matematika Yogyakarta,
2. para guru matematika pada umumnya.

## **E. Pedoman Penggunaan Paket**

Untuk menggunakan paket ini, sebelum merencanakan pembelajaran dengan pendekatan penemuan terbimbing, pelajari dahulu pengertian konsep belajar secara matang sehingga guru mengetahui apa yang harus dilakukan sebagai guru, kemudian mantapkan model pembelajaran penemuan terbimbing ini dengan contoh-contoh yang ada dalam paket. Untuk membuat rencana pelaksanaan pembelajaran dengan pendekatan penemuan terbimbing ikuti langkah-langkah yang perlu dilakukan dan pikirkanlah materi apa yang dalam rencana pelaksanaan pembelajaran nanti dapat digunakan dengan penemuan terbimbing sehingga peran siswa cukup besar karena pembelajaran tidak lagi terpusat pada guru tetapi pada siswa.

## Bab II

### Model Penemuan Terbimbing

#### A. Konsep Belajar dan Model Pembelajaran

Kegiatan belajar merupakan kegiatan yang paling penting dalam proses pendidikan di sekolah, ini berarti bahwa berhasil tidaknya pencapaian tujuan pendidikan banyak tergantung pada bagaimana proses belajar yang dialami murid sebagai anak didik, maka kegiatan belajar itu cenderung diketahui sebagai suatu proses psikologi, terjadi didalam diri seseorang. Oleh karena itu sulit diketahui dengan pasti bagaimana terjadinya. Karena prosesnya begitu kompleks, maka timbul beberapa teori tentang belajar. Dalam hal ini Sardiman, (2003: 30) antara lain : teori ilmu jiwa daya, ilmu jiwa gestalt, ilmu jiwa asosiasi dan konstruktivisme.

Teori belajar menurut ilmu jiwa daya: jiwa manusia itu terdiri bermacam-macam daya, dan masing-masing daya dapat dilatih untuk memenuhi fungsinya. Untuk melatih suatu daya dapat dipergunakan berbagai cara . Sebagai contoh untuk melatih daya ingat dalam belajar misalnya dengan menghafal, sehingga ada yang berpendapat bahwa belajar merupakan suatu kegiatan menghafal beberapa fakta-fakta. Guru yang berpendapat demikian akan merasa puas apabila muridnya telah sanggup menghafal sejumlah fakta di luar kepala. Demikian juga untuk daya-daya yang lain. Dalam hal ini, yang penting bukan penguasaan bahan atau materinya, melainkan hasil dari pembentukan dari daya-daya itu.

Teori belajar menurut ilmu jiwa gestalt menyatakan bahwa kegiatan belajar bermula pada suatu pengamatan. Pengamatan itu penting dilakukan secara menyeluruh. Tokoh yang merumuskan penerapan dari kegiatan pengamatan ke kegiatan belajar adalah Koffka. Terkait dengan belajar, Koffka berpendapat bahwa hukum-hukum organisasi dalam pengamatan itu dapat diterapkan dalam kegiatan belajar. Dalam kegiatan pengamatan keterlibatan semua panca indera sangat diperlukan dan mudah atau sukarnya suatu pemecahan masalah tergantung pada pengamatan. Menurut aliran teori belajar ini, seorang belajar jika mendapatkan *insight*. *Insight* ini diperoleh apabila seseorang melihat hubungan tertentu antara berbagai unsur dalam situasi tertentu. Adapun timbulnya *insight* itu tergantung: kesanggupan, pengalaman, latihan dan *trial and error* (Sardiman, 2003: 31). Sehingga ada juga yang berpendapat bahwa belajar adalah latihan, dan hasil belajar akan nampak dalam keterampilan-keterampilan tertentu, misalnya agar siswa mahir dalam berhitung harus dilatih mengerjakan soal-soal berhitung.

Teori belajar yang lain yakni teori belajar menurut ilmu jiwa asosiasi . Ada dua teori yang sangat terkenal yaitu teori Konektionisme dari Thorndike dan teori Conditioning dari Pavlov. Menurut Thorndike dasar dari belajar itu adalah asosiasi antara kesan panca indera (*sense impression*) dengan impuls untuk bertindak (*impuls to action*), dengan kata lain belajar adalah pembentukan hubungan antara stimulus dan respon, antara aksi dan reaksi. Mengenai hubungan stimulus dan respons tersebut, Thorndike mengemukakan beberapa prinsip diantaranya bahwa hubungan stimulus dan respon akan bertambah erat apabila disertai perasaan senang atau puas dan sebaliknya (*law of effect*) oleh karena itu adanya usaha membesarkan hati dan memuji sangat diperlukan, hubungan stimulus dan respon akan bertambah erat apabila sering dipakai dan akan berkurang bahkan lenyap jika tidak pernah digunakan (*law of exercise atau law of use and disuse*) oleh karena itu perlu banyak latihan, dan kadang respon yang tepat tidak segera nampak sehingga harus berulang kali mengadakan percobaan-percobaan sampai respon itu muncul dengan tepat (*law of multiple response*) sehingga dalam belajar sering disebutnya *trial and error*.

Teori belajar menurut teori *konstruktivisme*, yang merupakan salah satu filsafat pengetahuan, menekankan bahwa pengetahuan kita itu adalah konstruksi (bentukan) kita sendiri. Menurut pandangan teori konstruktivisme, belajar merupakan proses aktif dari subyek belajar untuk merekonstruksi makna sesuatu, entah itu teks, kegiatan dialog, pengalaman fisik dan lain-lain, sehingga belajar merupakan proses mengasimilasikan dan menghubungkan pengalaman atau bahan yang dipelajarinya dengan pengertian yang sudah dimiliki, dengan demikian pengertiannya menjadi berkembang. Sehubungan dengan itu ada beberapa ciri atau prinsip dalam belajar (Paul Suparno, 1997), yaitu :

1. Belajar berarti mencari makna. Makna diciptakan oleh siswa dari apa yang mereka lihat, dengar, rasakan dan alami.
2. Kontruksi makna adalah proses yang terus menerus.
3. Belajar bukanlah kegiatan mengumpulkan fakta, tetapi merupakan pengembangan pemikiran dengan membuat pengertian yang baru.
4. Hasil belajar dipengaruhi oleh pengalaman subyek belajar dengan dunia fisik dan lingkungannya.
5. Hasil belajar tergantung pada apa yang telah diketahui si subyek belajar, tujuan, motivasi mempengaruhi proses interaksi dengan bahan yang sedang dipelajari.

Jadi menurut teori *konstruktivisme*, belajar adalah kegiatan yang aktif di mana siswa membangun sendiri pengetahuannya dan mencari sendiri makna dari sesuatu yang mereka pelajari.

Dari teori-teori belajar di atas dapat disimpulkan bahwa belajar merupakan suatu proses perubahan perilaku sebagai hasil pengalaman individu pelaku proses pembelajaran saat berinteraksi dengan lingkungannya yang dilakukan secara sadar. Ini berarti pembelajaran merupakan upaya membuat seseorang belajar tentang sesuatu hal. Sedangkan proses pembelajaran di sini merupakan titik pertemuan antara berbagai input pembelajaran, mulai dari faktor utama, yaitu: siswa, guru, dan materi pelajaran yang membentuk proses, hingga faktor pendukung seperti sarana, sumber belajar, lingkungan dan sebagainya. Dalam rangka membelajarkan siswa banyak pakar pendidikan telah mengembangkan berbagai model pembelajaran dengan harapan akan dapat lebih meningkatkan mutu proses dan hasil belajar.

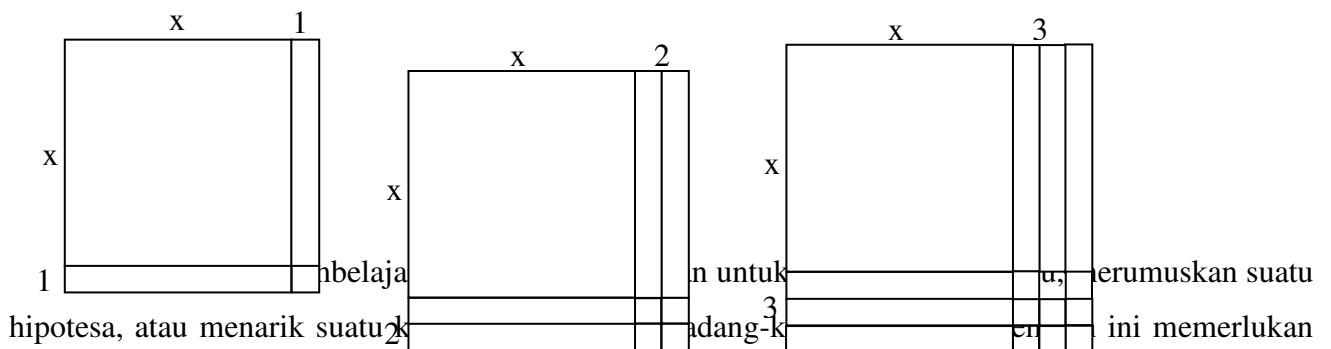
Yang dimaksud model menurut kamus W.J.S. Poerwadarminta adalah sesuatu yang patut ditiru, sedangkan arti lainnya adalah pola atau contoh. Istilah model pembelajaran amat dekat dengan pengertian strategi pembelajaran. Menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia (2001: ...1092) ada beberapa pengertian dari strategi yaitu : (1) ilmu dan seni menggunakan semua sumber daya bangsa untuk melaksanakan kebijakan tertentu dalam perang dan damai, (2) rencana yang cermat mengenai kegiatan untuk mencapai sasaran khusus, sedangkan metode adalah cara teratur yang digunakan untuk melaksanakan suatu pekerjaan agar tercapai sesuai dengan yang dikehendaki. Soedjadi (1999: 101) strategi pembelajaran adalah suatu siasat melakukan kegiatan pembelajaran yang bertujuan mengubah satu keadaan pembelajaran kini menjadi keadaan pembelajaran yang diharapkan. Untuk mengubah keadaan itu dapat ditempuh dengan berbagai pendekatan pembelajaran. Lebih lanjut Soedjadi menyebutkan bahwa dalam satu pendekatan dapat dilakukan lebih dari satu metode dan dalam satu metode dapat digunakan lebih dari satu teknik. Sehingga istilah model pembelajaran berbeda dengan strategi pembelajaran, metode pembelajaran dan prinsip pembelajaran.

Konsep model pembelajaran untuk pertama kalinya dikembangkan oleh Bruce dan koleganya (Bruce Joyce et al., 1992 ). Terdapat beberapa pendekatan pembelajaran yang dikembangkan oleh Bruce Joyce dan Marsha Weil. Dalam penjelasan dan pencatatan tiap-tiap pendekatan dikembangkan suatu sistem penganalisisan dari sudut dasar teorinya, tujuan pendidikan, dan perilaku guru dan siswa yang diperlukan untuk melaksanakan pendekatan itu agar berhasil. Dengan demikian model pembelajaran adalah pola komprehensif yang patut dicontoh, menyangkut bentuk utuh pembelajaran, meliputi perencanaan, pelaksanaan, dan evaluasi pembelajaran. Sedangkan pendekatan pembelajaran adalah cara pandang terhadap pembelajaran dari sudut tertentu untuk memudahkan pemahaman terhadap pembelajaran yang selanjutnya diikuti perlakuan pada pembelajaran tersebut.

## B. Model Penemuan Terbimbing

Sebelum membahas Model Penemuan Terbimbing, ada baiknya terlebih dahulu kita tinjau sejenak Model Penemuan Murni. Dalam Model Penemuan Murni, yang oleh Maier (1995: 8) disebutnya sebagai “heuristik“, apa yang hendak ditemukan, jalan atau proses semata-mata ditentukan oleh siswa itu sendiri. Menurut Jerome Bruner (Cooney, Davis:1975,138), penemuan adalah suatu proses, suatu jalan/cara dalam mendekati permasalahan bukannya suatu produk atau item pengetahuan tertentu. Proses penemuan dapat menjadi kemampuan umum melalui latihan pemecahan masalah dan praktek membentuk dan menguji hipotesis. Di dalam pandangan Bruner, belajar dengan penemuan adalah belajar untuk menemukan, dimana seorang siswa dihadapkan dengan suatu masalah atau situasi yang tampaknya ganjil sehingga siswa dapat mencari jalan pemecahan.

Sebagai ilustrasi bagaimana Bruner menerangkan dengan contoh suatu pelajaran penemuan dapat ditemukan di dalam bukunya *Toward a Theory of Instruction* (1966: 59-68). Ilustrasi tersebut menunjukkan bagaimana seorang siswa dihadapkan dengan suatu persegi dengan ukuran  $x$  dan persegi-persegi satuan. Siswa harus membangun persegi dengan sebanyak potongan persegi-persegi satuan yang diperlukan. Para siswa diharapkan dapat menduga suatu kesimpulan mengenai binomial serta melihat hubungannya dengan melihat potongan persegi dengan ukuran  $x$  dan persegi satuan seperti pada gambar berikut ini :



hipotesa, atau menarik suatu  
 belajar  
 n untuk  
 adang-k  
 u, merumuskan suatu  
 ini memerlukan  
 waktu lebih lama untuk seluruh kelas atau kelompok kecil siswa dalam menemukan suatu obyek matematika dari pada menyajikan obyek tersebut kepada mereka.

Metode Penemuan Murni ini kurang tepat karena pada umumnya sebagian besar siswa masih membutuhkan konsep dasar untuk dapat menemukan sesuatu. Hal ini terkait erat dengan karakteristik pelajaran matematika yang lebih merupakan *deductive reasoning* dalam perumusannya. Di samping itu, penemuan tanpa bimbingan dapat memakan waktu sehari-hari dalam pelaksanaannya atau

bahkan siswa tidak berbuat apa-apa karena tidak tahu, begitu pula jalannya penemuan. Jelas bahwa model penemuan ini kurang tepat untuk siswa sekolah dasar maupun lanjutan apabila tidak dengan bimbingan guru, karena materi matematika yang ada dalam kurikulum tidak banyak yang dapat dipelajari karena kekurangan waktu bahkan siswa cenderung tergesa-gesa menarik kesimpulan dan tidak semua siswa dapat menemukan sendiri. Mengingat hal tersebut timbul metoda pembelajaran dengan penemuan yang dipandu oleh guru

Metode penemuan yang dipandu oleh guru ini pertama dikenalkan oleh Plato dalam suatu dialog antara Socrates dan seorang anak, maka sering disebut juga dengan metoda Socratic (Cooney, Davis:1975, 136). Metode ini melibatkan suatu dialog/interaksi antara siswa dan guru di mana siswa mencari kesimpulan yang diinginkan melalui suatu urutan pertanyaan yang diatur oleh guru. Salah satu buku yang pertama menggunakan teknik penemuan terbimbing adalah tentang aritmetika oleh Warren Colburn yang pelajaran pertamanya berjudul: *Intellectual Arithmetic upon the Inductive Method of Instruction*, diterbitkan pada tahun 1821, yang isinya menekankan penggunaan suatu urutan pertanyaan dalam mengembangkan konsep dan prinsip matematika. Ini menirukan metode Socratic di mana Socrates dengan pertolongan pertanyaan yang ia tanyakan dimungkinkan siswa untuk menjawab pertanyaan tersebut.

Dialog di bawah ini menerangkan contoh strategi untuk membimbing siswa dalam menyimpulkan bahwa  $a^0 = 1$ . Pertanyaan yang tepat dari seorang guru akan sangat membantu siswa. Contoh dialog antara guru dan siswa adalah sebagai berikut:

Guru : “Berapakah hasilnya apabila bilangan bukan nol dibagi dengan bilangan itu sendiri?”

Siswa : “Satu”

Guru : “Bagaimanakah hasilnya kalau  $a^m$  dibagi  $a^m$ , dengan  $a$  bukan 0?”

Siswa : “Satu”

Guru : “Jika kita gunakan sifat bilangan berpangkat untuk  $\frac{a^m}{a^m}$ , apakah hasilnya?”

Siswa : “Akan didapat  $a^{m-m} = a^0$ ”

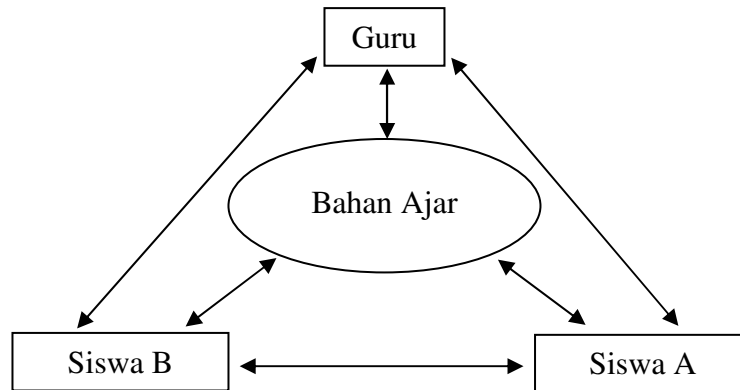
Guru : “Bagus, sekarang apa yang dapat kita simpulkan untuk  $a^0$ ?”

Siswa : “ $a^0 = 1$ .”

Interaksi dalam metode ini menekankan pada adanya interaksi dalam kegiatan belajar mengajar. Interaksi tersebut dapat juga terjadi antara siswa dengan siswa (S – S), siswa dengan bahan ajar (S –

B), siswa dengan guru (S – G), siswa dengan bahan ajar dan siswa (S – B – S) dan siswa dengan bahan ajar dan guru (S – B – G).

Interaksi yang mungkin terjadi tersebut dapat digambarkan sebagai berikut :



Interaksi dapat pula dilakukan antara siswa baik dalam kelompok-kelompok kecil maupun kelompok besar (kelas). Dalam melakukan aktivitas atau penemuan dalam kelompok-kelompok kecil, siswa berinteraksi satu dengan yang lain. Interaksi ini dapat berupa saling *sharing* atau siswa yang lemah bertanya dan dijelaskan oleh siswa yang lebih pandai. Kondisi semacam ini selain akan berpengaruh pada penguasaan siswa terhadap materi matematika, juga akan dapat meningkatkan *social skills* siswa, sehingga interaksi merupakan aspek penting dalam pembelajaran matematika. Menurut Burscheid dan Struve (Voigt, 1996:23), belajar konsep-konsep teoritis di sekolah, tidak cukup hanya dengan memfokuskan pada individu siswa yang akan menemukan konsep-konsep, tetapi perlu adanya *social impuls* di sekolah sehingga siswa dapat mengkonstruksikan konsep-konsep teoritis seperti yang diinginkan.

Interaksi dapat terjadi antar guru dengan siswa tertentu, dengan beberapa siswa, atau serentak dengan semua siswa dalam kelas. Tujuannya untuk saling mempengaruhi berpikir masing-masing, guru memancing berpikir siswa yaitu dengan pertanyaan-pertanyaan terfokus sehingga dapat memungkinkan siswa untuk memahami dan mengkonstruksikan konsep-konsep tertentu, membangun aturan-aturan dan belajar menemukan sesuatu untuk memecahkan masalah.

Di dalam model penemuan ini, guru dapat menggunakan strategi penemuan yaitu secara induktif, deduktif atau keduanya.

### 1. Strategi Penemuan Induktif

Sebuah argumen induktif meliputi dua komponen, yang pertama terdiri dari pernyataan/fakta yang mengakui untuk mendukung kesimpulan dan yang kedua bagian dari argumentasi itu (Cooney dan Davis, 1975: 143). Kesimpulan dari suatu argumentasi induktif tidak perlu mengikuti fakta yang

mendukungnya. Fakta mungkin membuat lebih dipercaya, tergantung sifatnya, tetapi itu tidak bisa membuktikan dalil untuk mendukung. Sebagai contoh, fakta bahwa 3, 5, 7, 11, dan 13 adalah semuanya bilangan prima dan masuk akal secara umum kita buat kesimpulan bahwa semua bilangan prima adalah ganjil tetapi hal itu sama sekali “tidak membuktikan“. Guru beresiko di dalam suatu argumentasi induktif bahwa kejadian semacam itu sering terjadi. Karenanya, suatu kesimpulan yang dicapai oleh induksi harus berhati-hati karena hal seperti itu nampak layak dan hampir bisa dipastikan atau mungkin terjadi. Sebuah argumentasi dengan induktif dapat ditandai sebagai suatu kesimpulan dari yang diuji ke tidak diuji. Bukti yang diuji terdiri dari kejadian atau contoh pokok-pokok. Perhatikanlah strategi penemuan berikut ini :

Guru : sekarang kita akan “menguji” hubungan yang merupakan tantangan matematika. Untuk memulai, mari kita mengikuti pernyataan berikut.

$$20 = 17 + 3$$

$$22 = 19 + 3$$

$$24 = 17 + 7$$

$$26 = 13 + 13$$

$$28 = 17 + 11$$

Apakah kalian mencatat pola dari pernyataan tersebut?

Lala : “Bilangan di sisi kiri semua bilangan dua puluhan.”

Guru : “Baik. Bagaimana dengan penambahan di sebelah kanan?”

Vivi : “Semuanya bilangan ganjil.”

Guru : “Benar, tapi dapatkah kalian menyatakan yang lain tentangnya, di samping fakta bahwa itu bilangan ganjil?”

Vivi : “Baik. Bilangan itu prima.”

Guru : “Sangat bagus, dapatkah seseorang dari kalian meringkas pernyataan?”

Anis : “Beberapa bilangan dua puluhan merupakan penambahan dari dua bilangan prima.”

Guru : “Apakah kalian berpikir ini akan berlaku untuk bilangan yang lain?”

Aldi : “Aku tidak yakin.”

Guru : “Mari kita coba untuk beberapa contoh, katakanlah 30 atau 10 atau 52.”

Sari : “Tiga puluh sama dengan 27 ditambah 3.”

Guru : “Apakah ini mengikuti pola yang sama Dian?”

Dian : “Tidak, 27 bukan bilangan prima.”

Sari : “Benar, aku lupa. 30 sama dengan 17 ditambah 13”

Guru : “Bagaimanakah dengan 10 dan 52?”

Vian : ”Sepuluh sama dengan 7 ditambah 3 dan 52 sama dengan 47 ditambah 5.”

Guru : ”Baik, setiap siswa ambil tiga contoh bilangan lain dan cobalah. (berhenti). Sudahkah kalian menemukan dan dapatkan kalian mengungkapkannya?”

Dude: “Empat sama dengan 2 ditambah 2, tapi 2 bukan bilangan prima yang ganjil.”

Guru : “Bagaimana dengan 3 ditambah 1? Ini juga sama dengan 4.”

Dude: “Satu bukan bilangan prima.”

Guru : “O.K. Bagaimana dengan 6? Apakah ada yang sudah mencobanya?”

Ita : “Itu mudah, 3 ditambah 3”

Guru : “Apakah kalian sudah menyimpulkan mengenai bilangan genap dan bilangan prima ganjil?”

Ida : “Baik, setiap bilangan genap yang lebih dari 4 adalah sama dengan pertambahan dua bilangan prima ganjil.”

Guru : “Sangat bagus. Ini statemen yang sangat terkenal yang disebut dugaan Goldbach. Tidak seorangpun yang telah menemukan, meskipun matematikawan tidak mampu membuktikan itu. Untuk alasan ini kita cenderung percaya bahwa statemen ini benar.”

## 2. Strategi Penemuan Deduktif

Ciri utama matematika adalah penalaran deduktif, yaitu kebenaran suatu pernyataan diperoleh sebagai akibat logis kebenaran sebelumnya, sehingga kaitan antar pernyataan dalam matematika bersifat konsisten. Berarti dengan strategi penemuan deduktif , kepada siswa dijelaskan konsep dan prinsip materi tertentu untuk mendukung perolehan pengetahuan matematika yang tidak dikenalnya dan guru cenderung untuk menanyakan suatu urutan pertanyaan untuk mengarahkan pemikiran siswa ke arah penarikan kesimpulan yang menjadi tujuan dari pembelajaran. Sebagai contoh dialog berikut sedang memecahkan masalah sistem persamaan dengan menggunakan determinan koefisien dari dua garis yang sejajar dengan penemuan deduktif di mana guru menggunakan pertanyaan untuk memandu siswa ke arah penarikan kesimpulan tertentu

Guru : “Dengan aturan Cramer untuk memecahkan sistem persamaan ini :

$$3x - 2y = 6$$

$$-9x + 6y = -3$$

Apa yang kamu peroleh Agus ?”

Agus : “Untuk Dx didapat 30, untuk Dy didapat 45, tetapi untuk D didapat nol”

Guru : “Benar, kemudian apa solusimu?”

Agus : “Saya tidak tahu”

Guru : “Dapatkah yang lain memberitahuku hasilnya?”

Budi : “Saya rasa tidak ada.”

Guru : “Kenapa tidak ada?”

Budi : “Baik  $\frac{30}{0}$  dan  $\frac{45}{0}$  tidak ada hasilnya.”

Guru : “Benar, ketika kita membagi dengan 0, kita tidak memperoleh hasil. Dapatkah seorang diantara kalian memberitahu penafsiran geometris dari hasil ini?”

Dita : “Bentuk grafiknya dari dua garis sejajar”

Guru : “Siswa yang lain setuju? Baik. Jika kita punya satu pasang garis sejajar, seharusnya determinan koefisien dari variabel yang sama dengan nol.  
Mari sekarang kita selidiki secara umumnya. Dari  $a_1x + b_1y = c_1$   
Tulislah sebuah persamaan dari sebuah garis yang sejajar dengan garis ini?”

Tuti : “ $ma_1x + mb_1y = d$ ”

Guru : “Menulis kedua persamaan di papan tulis. Berapa m?”

Tuti : “Semua bilangan real kecuali nol.”

Guru : “O.K. Mengapa kamu mengatakan d dan bukan  $mc_1$ ?”

Tuti : “Karena ini akan mewakili garis yang sama.”

Guru : “Sangat bagus! Apa determinan yang dibentuk dari koefisien x dan y dari dua garis yang sejajar itu?”

Andi : “ $a_1 \cdot mb_1 - ma_1 \cdot b_1$ ”

Guru : “Itu akan sama dengan berapa?”

Andi : “Nol.”

Guru : “Apakah yang dapat kita katakan dalam hal ini ? Apakah yang dapat kita simpulkan?”

Dari contoh-contoh dialog tersebut di atas metode ini tepat digunakan apabila (Martinis Yamin, 2004: 78) :

a siswa telah mengenal atau mempunyai pengalaman yang berhubungan dengan pokok bahasan yang akan diajarkan

- b yang akan diajarkan berupa keterampilan komunikasi antara pribadi, sikap, pemecahan dan pengambilan keputusan
- c guru mempunyai keterampilan fleksibel, terampil mengajukan pertanyaan, terampil mengulang pertanyaan dan sabar
- d waktu yang tersedia cukup panjang

Proses induktif-deduktif dapat digunakan untuk mempelajari konsep matematika. Namun demikian, pembelajaran dan pemahaman suatu konsep dapat diawali secara induktif melalui peristiwa nyata atau intuisi. Kegiatan dapat dimulai dengan beberapa contoh atau fakta yang teramati, membuat daftar sifat yang muncul (sebagai gejala), memperkirakan hasil baru yang diharapkan, yang kemudian dibuktikan secara deduktif. Dengan demikian, cara belajar induktif dan deduktif dapat digunakan dan sama-sama berperan penting dalam mempelajari matematika

Dengan penjelasan di atas metode penemuan yang dipandu oleh guru ini kemudian dikembangkan dalam suatu model pembelajaran yang sering disebut model pembelajaran dengan penemuan terbimbing. Pembelajaran dengan model ini dapat diselenggarakan secara individu atau kelompok. Model ini sangat bermanfaat untuk mata pelajaran matematika sesuai dengan karakteristik matematika tersebut. Guru membimbing siswa jika diperlukan dan siswa didorong untuk berpikir sendiri sehingga dapat menemukan prinsip umum berdasarkan bahan yang disediakan oleh guru dan sampai seberapa jauh siswa dibimbing tergantung pada kemampuannya dan materi yang sedang dipelajari.

Dengan model penemuan terbimbing ini siswa dihadapkan kepada situasi dimana siswa bebas menyelidiki dan menarik kesimpulan. Terkaan, intuisi dan mencoba-coba (*trial and error*) hendaknya dianjurkan dan guru sebagai penunjuk jalan dan membantu siswa agar mempergunakan ide, konsep dan ketrampilan yang sudah mereka pelajari untuk menemukan pengetahuan yang baru.

Dalam model pembelajaran dengan penemuan terbimbing, peran siswa cukup besar karena pembelajaran tidak lagi terpusat pada guru tetapi pada siswa. Guru memulai kegiatan belajar mengajar dengan menjelaskan kegiatan yang akan dilakukan siswa dan mengorganisir kelas untuk kegiatan seperti pemecahan masalah, investigasi atau aktivitas lainnya. Pemecahan masalah merupakan suatu tahap yang penting dan menentukan. Ini dapat dilakukan secara individu maupun kelompok. Dengan membiasakan siswa dalam kegiatan pemecahan masalah dapat diharapkan akan meningkatkan kemampuan siswa dalam mengerjakan soal matematika, karena siswa dilibatkan dalam berpikir matematika pada saat manipulasi, eksperimen, dan menyelesaikan masalah.

### 3. Langkah-langkah dalam Penemuan Terbimbing

Agar pelaksanaan model penemuan terbimbing ini berjalan dengan efektif, beberapa langkah yang perlu ditempuh oleh guru matematika adalah sebagai berikut.

- a. Merumuskan masalah yang akan diberikan kepada siswa dengan data secukupnya, perumusannya harus jelas, hindari pernyataan yang menimbulkan salah tafsir sehingga arah yang ditempuh siswa tidak salah.
- b. Dari data yang diberikan guru, siswa menyusun, memproses, mengorganisir, dan menganalisis data tersebut. Dalam hal ini, bimbingan guru dapat diberikan sejauh yang diperlukan saja. Bimbingan ini sebaiknya mengarahkan siswa untuk melangkah ke arah yang hendak dituju, melalui pertanyaan-pertanyaan, atau LKS.
- c. Siswa menyusun konjektur (prakiraan) dari hasil analisis yang dilakukannya.
- d. Bila dipandang perlu, konjektur yang telah dibuat siswa tersebut diatas diperiksa oleh guru. Hal ini penting dilakukan untuk meyakinkan kebenaran prakiraan siswa, sehingga akan menuju arah yang hendak dicapai.
- e. Apabila telah diperoleh kepastian tentang kebenaran konjektur tersebut, maka verbalisasi konjektur sebaiknya diserahkan juga kepada siswa untuk menyusunnya. Di samping itu perlu diingat pula bahwa induksi tidak menjamin 100% kebenaran konjektur.
- f. Sesudah siswa menemukan apa yang dicari, hendaknya guru menyediakan soal latihan atau soal tambahan untuk memeriksa apakah hasil penemuan itu benar.

Memperhatikan Model Penemuan Terbimbing tersebut diatas dapat disampaikan kelebihan dan kekurangan yang dimilikinya. Kelebihan dari Model Penemuan Terbimbing adalah sebagai berikut:

- a. Siswa dapat berpartisipasi aktif dalam pembelajaran yang disajikan.
- b. Menumbuhkan sekaligus menanamkan sikap inquiry (mencari-temukan)
- c. Mendukung kemampuan problem solving siswa.
- d. Memberikan wahana interaksi antar siswa, maupun siswa dengan guru, dengan demikian siswa juga terlatih untuk menggunakan bahasa Indonesia yang baik dan benar.
- e. Materi yang dipelajari dapat mencapai tingkat kemampuan yang tinggi dan lebih lama membekas karena siswa dilibatkan dalam proses menemukannya (Marzano, 1992)

Sementara itu kekurangannya adalah sebagai berikut :

- a. Untuk materi tertentu, waktu yang tersita lebih lama.

- b. Tidak semua siswa dapat mengikuti pelajaran dengan cara ini. Di lapangan, beberapa siswa masih terbiasa dan mudah mengerti dengan model ceramah.
- c. Tidak semua topik cocok disampaikan dengan model ini. Umumnya topik-topik yang berhubungan dengan prinsip dapat dikembangkan dengan Model Penemuan Terbimbing.

### **Bab III**

#### **Contoh Rencana Pelaksanaan Pembelajaran**

Untuk memberikan gambaran tentang pembelajaran matematika dengan pendekatan penemuan terbimbing, berikut ini diberikan contoh-contoh rencana pelaksanaan pembelajaran sebagai berikut.

#### **A. Model Pembelajaran untuk Sekolah Dasar**

Contoh pembelajaran ini diambilkan materi matematika di Sekolah Dasar (SD) mengenai luas persegi panjang. Pengertian luas daerah di SD diinterpretasikan sebagai daerah yang dapat menutupi bidang datar. Dalam pembelajaran, sebelum siswa masuk pada sistem formal, terlebih dahulu siswa dibawa ke situasi informal misalnya, pembelajaran luas dapat diawali dengan kegiatan memberi warna atau menutupi gambar, menghitung banyaknya ubin dilantai dan sebagainya, sehingga siswa memahami konsep luas, kemudian siswa dengan bimbingan guru diberi kesempatan menemukan rumus luas persegi panjang dengan alat peraga yang direncanakan. Rencana pelaksanaan pembelajaran dapat disajikan seperti berikut ini.

#### **RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN**

Mata Pelajaran	: Matematika
Kelas/Semester	: III/2
Pertemuan	: ke-1 dan ke-2
Alokasi Waktu	: 4 jam pelajaran (@ 35 menit)
Standar Kompetensi	: 5. Menghitung keliling, luas persegi dan persegi panjang serta penggunaannya dalam pemecahan masalah.
Kompetensi Dasar	: 5.2. Menghitung luas persegi dan persegi panjang.
Indikator	: 1. Menemukan rumus luas persegi dan persegi panjang dengan menggunakan persegi satuan. 2. Menentukan luas persegi dan persegi panjang dengan menggunakan persegi satuan.

A. TUJUAN PEMBELAJARAN

1. Siswa dapat menemukan rumus luas persegi dan persegi panjang .
2. Siswa dapat menyebutkan rumus luas persegi dan persegi panjang.
3. Siswa dapat menentukan luas persegi dan persegi panjang.

B. MATERI AJAR

Keliling dan luas bangun datar sederhana

C. KEMAMPUAN PRASYARAT

1. Dapat menyebutkan unsur-unsur pada persegi dan persegi panjang (panjang dan lebar)
2. Dapat menyebutkan unsur-unsur yang mempengaruhi ukuran luas bangun datar.

D. METODE PEMBELAJARAN

1. Metode Pemberian Tugas
2. Metode Tanya Jawab, Pembelajaran Kooperatif
3. Penemuan Terbimbing

E. LANGKAH-LANGKAH PEMBELAJARAN

Pertemuan pertama :

1. Kegiatan Pendahuluan (Kegiatan awal)
  1. Guru mengkomunikasikan tujuan belajar dan pokok-pokok materi yang akan dipelajari.
  2. Guru melakukan apersepsi, yaitu dengan tanya jawab guru mengingatkan tentang bangun persegi, persegi panjang dan unsur-unsurnya serta tentang unsur-unsur yang mempengaruhi besar atau ukuran luas (panjang dan lebar).
  3. Guru memberikan penjelasan tentang pembagian kelompok dan cara belajar siswa.
2. Kegiatan Inti
  1. Guru mengemukakan permasalahan kontekstual berkaitan dengan luas yang harus diselesaikan siswa secara berkelompok (kelompok kecil), kemudian guru mengajak siswa untuk menyelesaikan tugas seperti berikut ini.

**Lembar Tugas**

- 1). Amati bangun bidang datar yang bentuknya persegi dan persegi panjang yang ada dalam kelas kalian.

- 2). Setiap kelompok mengambil sebuah persegi panjang dan persegi-persegi satuan yang telah disediakan secukupnya. untuk menutupi persegi panjang yang diambil tersebut.
  - 3). Ukurlah panjang dan lebar persegi panjang dengan penggaris, kemudian tutuplah persegi panjang tersebut dengan persegi-persegi satuan.
  - 4). Hitunglah banyaknya persegi-persegi satuan untuk menutupi persegi panjang tersebut.
  - 5). Amati ukuran panjang dan lebar persegi panjang dengan banyaknya persegi satuan yang digunakan untuk menutupi persegi panjang tersebut.
2. Siswa menyelesaikan tugas, sedangkan guru berkeliling untuk mengamati, memotivasi dan memfasilitasi kerja siswa.
  3. Siswa wakil kelompok atau yang ditunjuk guru, menjawab pertanyaan yang diajukan guru dari hasil yang diperoleh kelompoknya.
  4. Dengan bimbingan guru, siswa akan menemukan suatu kesimpulan jawaban dari tugas yang diberikan yaitu setelah siswa melakukan aktivitas pengukuran panjang dan lebar persegi panjang yang diberikan guru, serta memasang persegi-persegi satuan (dengan luas  $1 \text{ cm}^2$ ) pada persegi panjang yang diberikan oleh guru tersebut kepada setiap kelompok yang mendapat persegi panjang dengan ukuran yang berbeda-beda. Kemudian guru membimbing dengan dialog yang memperlihatkan interaksi antara guru dengan beberapa siswa sehingga siswa dapat menarik kesimpulan, misalnya dialognya sebagai berikut :

Guru : “Apa yang kamu peroleh, Agus?”

Agus : “Panjangnya 5 cm, lebarnya 4 cm dan banyaknya persegi satuan yang tepat menutup persegi panjang ini adalah 20.”

Guru : “Bagaimana hasilmu Windy?”

Windy : “Panjang 8 cm, lebar 4 cm dan persegi satuannya 32”

Guru : “Bagaimana hasilmu Dita?”

Dita : “Panjang 6 cm, lebar 3 cm dan persegi satuannya 18”

Guru : (Melengkapi tabel yang sudah dibuat di papan tulis)

njang	lebar	Banyak persegi satuan
5	4	20
8	4	32
6	3	18

“Apa yang dapat kalian simpulkan ?”

Andi : “ $5 \times 4 = 20$  ;  $8 \times 4 = 32$  ;  $6 \times 3 = 18$ ”

Guru : “Bagus! ada pendapat lain”

Ruli : “Banyaknya persegi satuan yang diperlukan untuk menutupi persegi panjang sama dengan panjang kali lebar”

Guru : “Banyaknya persegi satuan tersebut menyatakan apa dari persegi panjang?”

Ruli : “Luas”

Guru : “Jadi?”

Ruli : “ee...”

Dodi : “Luas persegi panjang sama dengan panjang kali lebar”

Guru : “Bagaimana yang lain setuju?”

Ruli : “O ya benar bu”

Guru : “Sekarang kalau luas kita nyatakan dengan L, panjang dinyatakan dengan p dan lebar dinyatakan dengan l. Bagaimanakah hubungannya?”

Rani : “ $L = p \times l$ ”

Guru : “Bagaimana yang lain?”

Siswa : “Benar bu”

Guru : “Bagus!”

### 3. Kegiatan Akhir (Penutup)

1. Dengan tanya jawab guru dan siswa menyimpulkan tentang luas persegi dan persegi panjang.
2. Guru mengatakan pelajaran selesai dan akan dilanjutkan esok hari.

Pertemuan kedua :

#### 1. Kegiatan Pendahuluan (Kegiatan awal)

- a. Guru melakukan apersepsi, yaitu dengan tanya jawab guru mengingatkan tentang luas persegi, persegi panjang dengan menghitung banyaknya ubin yang ada dalam kelas.
  - b. Guru memberikan penjelasan tentang cara belajar siswa.
2. Kegiatan Inti
- a. Guru membagikan lembar kerja yang berisi tentang menemukan rumus luas persegi dan persegi panjang (terlampir) kepada siswa untuk diselesaikan.
  - b. Siswa menyelesaikan lembar kerja yang dibagikan guru, sedangkan guru berkeliling untuk mengamati, memotivasi dan memfasilitasi kerja siswa.
  - c. Siswa mempresentasikan hasil kerja yang diperolehnya dan siswa yang lain memperhatikan dan menanggapi hasil kerja yang mendapat tugas dibandingkan dengan hasil kerjanya.
  - d. Dengan tanya jawab, guru dan siswa menyimpulkan tentang jawaban yang benar.
  - e. Siswa mengerjakan soal-soal.
  - f. Kegiatan refleksi, yaitu dengan tanya jawab guru menggali tentang apa-apa yang belum dikuasai dengan baik oleh siswa, rasa senang dan tidak senang yang dirasakan siswa atau tentang catatan-catatan yang harus dibuat siswa serta tentang tugas-tugas yang belum diselesaikan siswa.
3. Kegiatan Akhir (Penutup)
- Guru memberikan soal-soal terlampir untuk dikerjakan siswa.

## F. ALAT DAN SUMBER BELAJAR

### Media Pembelajaran:

1. Macam-macam benda yang bentuknya persegi dan persegi panjang, model persegi dan persegi panjang dari kertas, persegi-persegi satuan dan penggaris (alat ukur).
2. Lembar tugas.
3. Lembar kerja siswa.

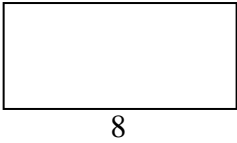
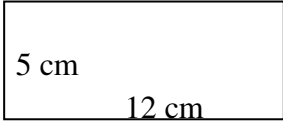
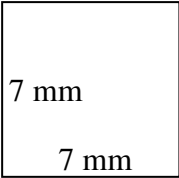
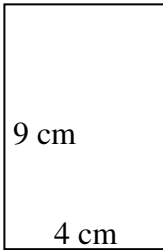
### Sumber Belajar:

1. Buku Matematika Kelas III
2. Referensi lain yang relevan

G. PENILAIAN

1. Teknik : Tes Tertulis
2. Bentuk Instrumen : Isian
3. Soal/Instrumen

Perhatikan gambar, kemudian isilah titik-titik di bawah ini!

No.	Gambar	Ukuran panjang dan lebar		Luas
		$p$	$\lambda$	
1.		.....	.....	.....
2.		.....	.....	.....
3.		.....	.....	.....
4.		.....	.....	.....

5. Suatu persegi panjang dengan ukuran panjang 8 satuan dan lebar 3 satuan, maka luas persegi panjang tersebut adalah ... satuan luas

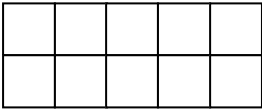
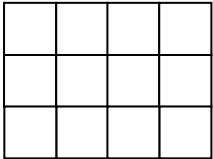
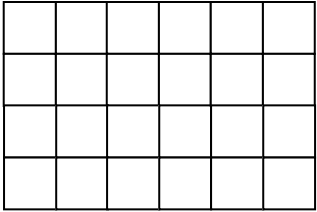
Mengetahui  
Kepala Sekolah

Guru Kelas

## LEMBAR KERJA SISWA

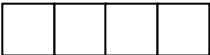
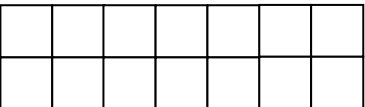
### (Menemukan rumus luas persegi dan persegi panjang)

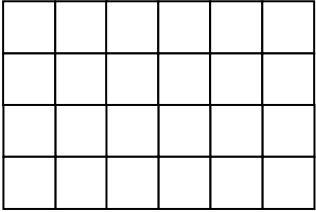
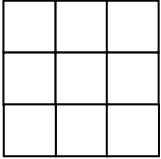
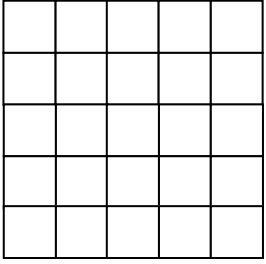
Perhatikan hubungan antara bilangan yang tertera pada tabel sesuai pada gambar berikut:

No	Gambar persegi panjang	Banyaknya persegi satuan (Luas)	Ukuran panjang ( $p$ ) dan lebar ( $\lambda$ )		$p \times \lambda$
			$p$	$\lambda$	
1.		10	5	2	10
2.		12	4	3	12
3.		24	6	4	24

Latihan!

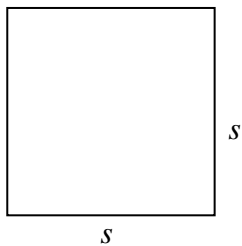
Isilah titik-titik di bawah ini!

No.	Gambar persegi panjang	Banyaknya persegi satuan (Luas)	Ukuran panjang ( $p$ ) dan lebar ( $\lambda$ )		$p \times \lambda$
			$p$	$\lambda$	
1.		.....	.....	.....	.....
2.		.....	.....	.....	.....

No.	Gambar persegi panjang	Banyaknya persegi satuan ( Luas )	Ukuran panjang ( $p$ ) dan lebar ( $\lambda$ )		$p \times \lambda$
			$p$	$\lambda$	
3.		.....	.....	.....	.....
4.		.....	.....	.....	.....
5.		.....	.....	.....	.....

Kesimpulan Luas Persegi dan Persegi Panjang.

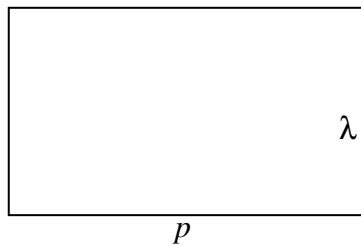
**Luas Persegi**



$$p = \lambda = s$$

$$\begin{aligned} \text{Luas}_{\text{persegi}} &= \text{panjang} \times \text{lebar} \\ &= s \times s \end{aligned}$$

**Luas Persegi panjang**



$$\begin{aligned} \text{Luas}_{\text{persegi panjang}} &= \text{panjang} \times \text{lebar} \\ &= p \times \lambda \end{aligned}$$

## B. Model Pembelajaran untuk Sekolah Menengah Pertama

Contoh pembelajaran ini diambilkan materi matematika di Sekolah Menengah Pertama (SMP) mengenai Teorema Pythagoras. Dalam pembelajaran ini digunakan Lembar Kerja Siswa yang direncanakan untuk menemukan rumus Pythagoras dan siswa dengan bimbingan guru diberi kesempatan untuk menemukan rumus Pythagoras tersebut. Sedangkan Model Pembelajaran dengan Pendekatan Penemuan Terbimbing ini masih perlu dikembangkan. Rencana pelaksanaan pembelajaran dapat disajikan seperti berikut.

### RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN

Satuan Pendidikan	: SMP
Mata Pelajaran	: Matematika
Kelas/Semester	: VIII / 1
Standar Kompetensi	: 3. Menggunakan teorema Pythagoras dalam pemecahan masalah
Kompetensi Dasar	: 3.1 Menggunakan teorema Pythagoras untuk menentukan panjang sisi-sisi segitiga siku-siku 3.2 Memecahkan masalah pada bangun datar yang berkaitan dengan teorema Pythagoras
Indikator	: 1. Menjelaskan dan menemukan teorema Pythagoras dan syarat berlakunya. 2. Menuliskan teorema Pythagoras untuk sisi-sisi segitiga.
Alokasi Waktu	: 2 x 45 menit

#### A. TUJUAN PEMBELAJARAN

Peserta didik mampu menemukan teorema Pythagoras dan menuliskan rumus teorema Pythagoras

#### B. MATERI PEMBELAJARAN

Teorema Pythagoras

#### C. PENDEKATAN/METODE PEMBELAJARAN

Pendekatan : CTL dan *Life Skill* dengan penemuan terbimbing.

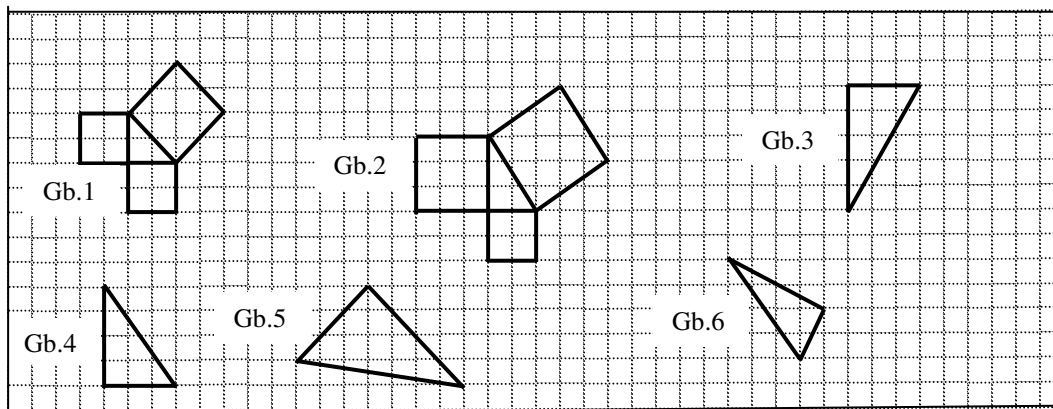
Metode Pembelajaran : Diskusi, penemuan terbimbing, tanya jawab.

## D. LANGKAH-LANGKAH KEGIATAN PEMBELAJARAN

1. Kegiatan Pendahuluan (Kegiatan awal)
  - a. Guru mengkomunikasikan tujuan belajar dan pokok-pokok materi yang akan dipelajari dalam kegiatan belajar.
  - b. Guru melakukan apersepsi, misalnya menghitung tinggi pohon atau tiang bendera tanpa harus mengukur secara langsung dengan menggunakan alat klinometer.
  - c. Guru memberikan penjelasan tentang cara belajar siswa.
2. Kegiatan Inti
  - a. Guru membagikan Lembar Kerja Siswa untuk diselesaikan siswa sebagai berikut.

### LEMBAR KERJA SISWA

Berikut ini terdapat 6 buah segitiga siku-siku pada kertas berpetak.



Pada segitiga Gb.1 dan Gb.2, sisi setiap segitiga siku-siku tersebut di sebelah luar telah tergambar tiga persegi, yang sisi-sisinya sama dengan sisi-sisi dari masing-masing sisi segitiga siku-siku tersebut. Bagaimana hubungan yang terdapat antara luas ketiga persegi tersebut dengan sisi segitiga.

Untuk menemukan lain kemudian lengkapilah setiap baris pada tabel di bawah ini dengan luas persegi yang sisinya merupakan sisi-sisi dari segitiga siku-siku, jika diketahui jarak antara 2 buah titik berdekatan pada kertas berpetak adalah satu satuan panjang.

Segitiga siku-siku Gb. No.	Luas persegi pada salah satu sisi siku-sikunya	Luas persegi pada sisi siku-siku yang lainnya	Luas persegi yang terbesar (pada sisi miring/hipotenusa)
1.	4	4	8
2.	...	9	...
3.	9	...	...
4.	...	...	25
5.	...	...	...
6.	...	...	...

Dengan memperhatikan hasil luas persegi pada tabel di atas, dapat disimpulkan bahwa :

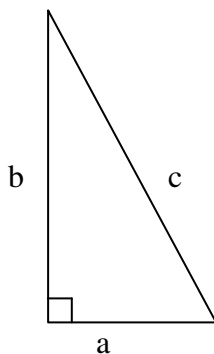
“Pada setiap segitiga siku-siku, luas persegi pada hipotenusa/sisi miring akan ... luas persegi pada sisi siku-sikunya.”

Karena luas persegi merupakan kuadrat sisi segitiga, maka dengan memperhatikan hubungan antara luas persegi dengan sisi-sisi segitiga siku-siku tersebut dapat disimpulkan bahwa :

Pada setiap segitiga siku-siku, ... sisi miring ... sisi siku-sikunya.”

Hubungan tersebut diatas berlaku untuk setiap segitiga siku-siku, disebut *teorema pythagoras*.

Secara umum dengan memperhatikan gambar segitiga siku-siku berikut maka *teorema pythagoras* dapat dituliskan.



Jika pada suatu segitiga siku-siku, panjang sisi siku-sikunya adalah  $a$  dan  $b$ , dan panjang hipotenusa/sisi miring adalah  $c$ , maka dari teorema di atas, dapat diturunkan RUMUS:

$$c^2 = \dots$$

atau

$$a^2 = \dots$$

atau

$$b^2 = \dots$$

- b. Siswa mengerjakan Lembar Kerja Siswa yang telah dibagikan
- c. Dengan diskusi kelas dan bimbingan guru yaitu dialog-dialog untuk memancing siswa menemukan suatu kesimpulan jawaban dari tugas yang diberikan .

- d. Kegiatan refleksi, yaitu dengan tanya jawab guru menggali tentang apa-apa yang belum dikuasai dengan baik oleh siswa dengan beberapa pertanyaan dari guru mengenai menentukan salah satu sisi dari segitiga siku-siku (tripel Pythagoras), rasa senang dan tidak senang yang dirasakan siswa atau tentang catatan-catatan yang harus dibuat siswa serta tugas-tugas yang belum diselesaikan siswa
3. Kegiatan Akhir (Penutup)
    - a. Dengan tanya jawab guru dan siswa menyimpulkan tentang teorema Pythagoras dan rumus yang berlaku dalam segitiga siku-siku.
    - b. Guru mengatakan pelajaran selesai dan akan dilanjutkan esok hari

#### E. ALAT DAN SUMBER BELAJAR

1. Buku Matematika Kelas VIII
2. Lembar Kerja Siswa

#### F. PENILAIAN

Penilaian diberikan secara *ongoing assessment* pada waktu kegiatan pembelajaran berlangsung yakni dilaksanakan pada saat siswa mengerjakan LKS dan tanya jawab pada waktu menemukan rumus Pythagoras

Mengetahui  
Kepala Sekolah

Guru Kelas

### C. Model Pembelajaran untuk Sekolah Menengah Atas

Contoh pembelajaran ini diambilkan materi Trigonometri mengenai Luas Segitiga yang ada di Sekolah Menengah Atas (SMA). Dalam pembelajaran ini digunakan Lembar Kerja Siswa untuk menemukan rumus Luas Segitiga dan siswa dengan bimbingan guru diberi kesempatan untuk menemukan rumus Luas Segitiga. Sedangkan Model Pembelajaran dengan Pendekatan Penemuan Terbimbing ini hanya membahas satu indikator masih perlu dikembangkan untuk indikator yang lain. Rencana pelaksanaan pembelajaran dapat disajikan seperti berikut :

#### RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN

Satuan Pendidikan	: SMA
Mata Pelajaran	: Matematika
Kelas/Semester	: X / 2
Standar Kompetensi	: Menggunakan perbandingan, fungsi, persamaan, dan identitas trigonometri dalam pemecahan masalah
Kompetensi Dasar	: Melakukan manipulasi aljabar dalam perhitungan teknis yang berkaitan dengan perbandingan, fungsi, persamaan, dan identitas trigonometri
Indikator	: Menghitung luas segitiga yang komponennya diketahui.
Alokasi Waktu	: 2 x 45 menit

#### A. TUJUAN PEMBELAJARAN

Peserta didik mampu mencari luas segitiga  $L = \frac{1}{2} \text{ alas} \times \text{tinggi}$  menjadi bentuk lain.

#### B. MATERI PEMBELAJARAN

Luas segitiga

#### C. PENDEKATAN / METODE PEMBELAJARAN

Pendekatan : CTL dan *Life Skill* dengan penemuan terbimbing

Metode Pembelajaran : Diskusi, penemuan terbimbing, dan tanya jawab.

#### D. LANGKAH-LANGKAH KEGIATAN PEMBELAJARAN

1. Kegiatan Pendahuluan (Kegiatan awal)
  - a. Guru mengkomunikasikan tujuan belajar dan pokok-pokok materi yang akan dipelajari dalam kegiatan belajar.
  - b. Guru melakukan apersepsi, yaitu dengan tanya jawab guru mengingatkan tentang luas segitiga dan perbandingan fungsi trigonometri
  - c. Guru memberikan penjelasan tentang cara belajar siswa.
2. Kegiatan Inti
  - a. Guru membagikan Lembar Kerja Siswa untuk diselesaikan dalam kelompok.
  - b. Siswa dimotivasi untuk menghitung luas segitiga tidak menggunakan rumus  $L = \frac{1}{2}$  alas  $\times$  tinggi tetapi dengan rumus lain.
  - c. Siswa dibagi menjadi 8 kelompok, kemudian siswa mengerjakan lembar kerja siswa (LKS) untuk menemukan luas segitiga yang komponennya diketahui dengan pembagian: dua kelompok mengerjakan LKS 1, dua kelompok mengerjakan LKS 2, dua kelompok mengerjakan LKS 3, dan dua kelompok mengerjakan LKS 4.
  - d. Siswa menyelesaikan lembar kerja yang dibagikan guru, sedangkan guru berkeliling untuk mengamati, memotivasi dan memfasilitasi kerja siswa.
  - e. Tiap kelompok siswa yang mengerjakan LKS 1, 2, 3, dan 4 mempresentasikan hasil yang didapat. Beberapa siswa diminta memberikan pendapat atau komentar tentang jawaban temannya. Guru mengkonfirmasi jawaban yang diberikan dan menegaskan jawaban yang benar.
  - f. Siswa mengerjakan latihan soal-soal menghitung luas segitiga dalam Lembar Tugas.
  - g. Kegiatan refleksi, yaitu dengan tanya jawab guru menggali tentang apa-apa yang belum dikuasai oleh siswa dengan beberapa pertanyaan dari guru mengenai luas segitiga
3. Kegiatan Akhir (Penutup)
  - a. Siswa diminta untuk merangkum (membuat catatan-catatan penting) dari kegiatan belajar ini.
  - b. Guru memberi soal latihan dalam Lembar Tugas.

## E. ALAT DAN SUMBER BELAJAR

1. Buku Matematika Kelas X
2. Lembar Kerja Siswa

3. Lembar Tugas

F. PENILAIAN

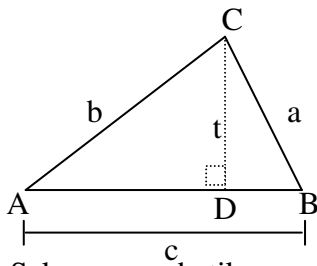
1. Partisipasi dalam kerja kelompok.
2. Kualitas presentasi, ide, saran-saran, dan alternatif cara menyelesaikan masalah.
3. Proses mengerjakan soal-soal latihan.

Mengetahui  
Kepala Sekolah

Guru Kelas

## Lembar Kerja Siswa (LKS.1)

### Luas Segitiga



Perhatikan gambar di samping ini:

CD = t merupakan tinggi segitiga ABC dan AB = c sebagai alasnya. Dengan menggunakan rumus luas segitiga  $L = \frac{1}{2}$  alas  $\times$  tinggi, maka luas segitiga ABC adalah  $L = \frac{1}{2} \dots \times \dots$   
...(1)

Sekarang perhatikan segitiga siku-siku ACD.

$$\sin \angle A = \frac{\dots}{\dots}$$

$$\Leftrightarrow CD = \dots$$

$$\Leftrightarrow t = \dots$$

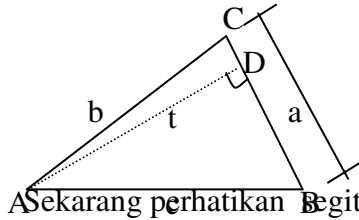
Substitusikan  $t = \dots$  ke persamaan (1)

$$L = \frac{1}{2} \dots \times \dots$$

Jadi luas segitiga ABC adalah  $L = \frac{1}{2} \dots$

## Lembar Kerja Siswa (LKS.2)

### Luas Segitiga



Perhatikan gambar di samping ini.

$AD = t$  merupakan tinggi segitiga ABC dan  $BC = a$  sebagai alasnya. Dengan menggunakan rumus luas segitiga  $L = \frac{1}{2}$  alas  $\times$  tinggi, maka luas segitiga ABC adalah  $L = \frac{1}{2} \dots \times \dots$   
...(1)

Sekarang perhatikan segitiga siku-siku ADB.

$$\sin \angle B = \frac{\dots}{\dots}$$

$$\Leftrightarrow AD = \dots$$

$$\Leftrightarrow t = \dots$$

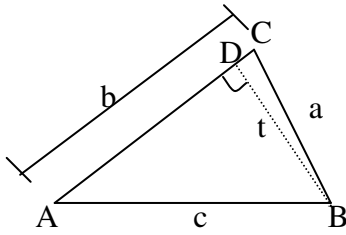
Substitusikan  $t = \dots$  ke persamaan (1)

$$L = \frac{1}{2} \dots \times \dots$$

Jadi luas segitiga ABC adalah  $L = \frac{1}{2} \dots$

### Lembar Kerja Siswa (LKS.3)

#### Luas Segitiga



Perhatikan gambar di samping ini.

BD = t merupakan tinggi segitiga ABC dan AC = b sebagai alasnya. Dengan menggunakan rumus luas segitiga  $L = \frac{1}{2}$  alas  $\times$  tinggi, maka luas segitiga ABC adalah  $L = \frac{1}{2} \dots \times \dots$   
...(1)

Sekarang perhatikan segitiga siku-siku ADB.

$$\sin \angle A = \frac{\dots}{\dots}$$

$$\Leftrightarrow BD = \dots$$

$$\Leftrightarrow t = \dots$$

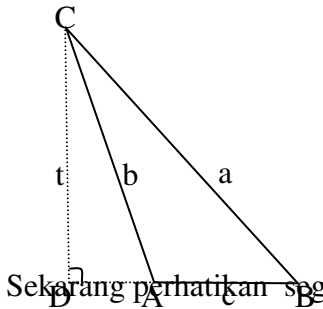
Substitusikan  $t = \dots$  ke persamaan (1)

$$L = \frac{1}{2} \dots \times \dots$$

Jadi luas segitiga ABC adalah  $L = \frac{1}{2} \dots$

## Lembar Kerja Siswa (LKS.4)

### Luas Segitiga



Perhatikan gambar segitiga tumpul di samping ini.

$CD = t$  merupakan tinggi segitiga ABC dan  $AB = c$  sebagai alasnya. Dengan menggunakan rumus luas segitiga  $L = \frac{1}{2}$  alas  $\times$  tinggi, maka luas segitiga ABC adalah  $L = \frac{1}{2} \dots \times \dots$   
...(1)

Sekarang perhatikan segitiga siku-siku ADC.

$$\sin \angle A = \frac{t}{b}$$

$$\Leftrightarrow CD = \dots$$

$$\Leftrightarrow t = \dots$$

Substitusikan  $t = \dots$  ke persamaan (1)

$$L = \frac{1}{2} \dots \times \dots$$

Jadi luas segitiga ABC adalah  $L = \frac{1}{2} \dots$

**Lembar Tugas**  
**Luas Segitiga**

Tentukan luas segitiga ABC berikut ini jika:

1.  $b = 8$  cm,  $c = 10$  cm dan  $\angle A = 30^\circ$ .

Jawab:

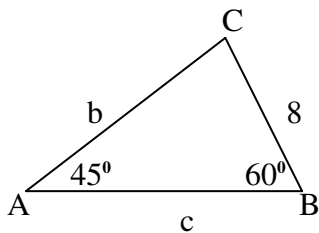
$$L = \frac{1}{2} bc \sin \angle A$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

2.  $a = 8$  cm,  $\angle A = 45^\circ$  dan  $\angle B = 60^\circ$

Jawab:



Untuk menentukan b digunakan aturan sinus.

$$\frac{a}{\sin \angle A} = \frac{b}{\sin \angle B}, \text{ sehingga } b = \frac{\dots}{\dots}$$

$$L = \dots$$

$$= \dots$$

3.  $a = 10$  cm,  $b = 12$  cm, dan  $c = 14$  cm.

Jawab:

Gunakan aturan kosinus.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \angle A$$

$$\cos \angle A = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

Untuk menentukan  $\sin \angle A$  gunakan hubungan  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$  dengan  $\alpha = \angle A$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \dots$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

$$\sin \alpha = \dots$$

$$\sin \angle A = \dots$$

$$L = \dots$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

4.  $c = 15$ ,  $\angle A = 105^\circ$  dan  $\angle B = 45^\circ$  dengan  $\sin 105^\circ = 0,9659$

Jawab:

Untuk menentukan b digunakan aturan sinus.

.....

.....

.....

$L = \dots$

#### **D. Model Pembelajaran untuk Sekolah Menengah Kejuruan**

Contoh pembelajaran ini diambilkan materi Operasi Bilangan Riil mengenai Sifat-sifat Logaritma yang ada di Sekolah Menengah Kejuruan (SMK) untuk semua program keahlian. Dalam pembelajaran ini digunakan Lembar Kerja Siswa untuk menemukan sifat-sifat logaritma dan siswa dengan bimbingan guru diberi kesempatan untuk menemukan sifat-sifat logaritma. Sedangkan Model Pembelajaran dengan Pendekatan Penemuan Terbimbing ini hanya membahas satu indikator, masih perlu dikembangkan untuk indikator yang lain. Rencana pelaksanaan pembelajaran dapat disajikan seperti berikut.

#### **RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN**

Satuan Pendidikan	: SMK
Mata Pelajaran	: Matematika
Kelas/Semester	: X/1
Standar Kompetensi	: Memecahkan masalah berkaitan dengan konsep operasi bilangan riil
Kompetensi Dasar	: Menerapkan konsep logaritma
Indikator	: Operasi logaritma diselesaikan sesuai dengan sifat-sifatnya.
Alokasi Waktu	: 2 x 45 menit

#### **A. TUJUAN PEMBELAJARAN**

Peserta didik dapat melakukan operasi logaritma dengan sifat-sifat logaritma

#### **B. MATERI PEMBELAJARAN**

Sifat-sifat Logaritma

#### **C. METODE PEMBELAJARAN**

Pendekatan : Kontekstual dengan pendekatan penemuan terbimbing

Model Pembelajaran : Diskusi kelompok, penemuan terbimbing, tanya jawab.

#### **D. LANGKAH-LANGKAH KEGIATAN PEMBELAJARAN**

##### **1. Kegiatan Pendahuluan**

Siswa diberi arahan tentang tujuan pembelajaran dan kompetensi yang akan dicapai

##### **2. Kegiatan Inti**

- a. Kepada siswa diingatkan kembali, bahwa logaritma merupakan operasi invers dari perpangkatan, yaitu :  ${}^a \log p = x \leftrightarrow a^x = p$

Dengan melalui contoh-contoh yang tidak lengkap isiannya, dan siswa sendiri yang harus mengisinya, sebagai contoh :

1).  ${}^5 \log 25 = 2 \leftrightarrow 5^2 = 25$

2).  ${}^3 \log 81 = \dots \leftrightarrow 3^4 = 81$

3).  ${}^2 \log \dots = \dots \leftrightarrow 2^5 = \dots$

4).  ${}^{\dots} \log 10 = \dots \leftrightarrow \dots^1 = 10$

5).  ${}^9 \log 9 = \dots \leftrightarrow \dots$

6).  ${}^{12} \log \dots = 1$

7).  ${}^a \log a = \dots$

- b. Sebagai motivasi kepada siswa disampaikan manfaat logaritma dengan cara diberi soal yang penyelesaiannya harus menggunakan logaritma, sebagai contoh :

Sebuah mesin dibeli dengan harga 10 juta rupiah, dan mengalami penyusutan 5 % dari harga pada tahun sebelumnya. Setelah X tahun, nilai mesin itu :

$Y = 10.000.000 (1 - 5\%)^x$ , tentukan:

1). harga mesin setelah 10 tahun

2). setelah berapa tahun mesin itu bernilai 5 juta.

- c. Agar dapat menyelesaikan soal seperti di atas tentu diperlukan yang lebih pemahaman terhadap logaritma, terutama sifat-sifatnya. Dengan contoh-contoh yang belum lengkap dan diisi oleh siswa, kemudian siswa diajak/dibimbing untuk menemukan sendiri sifat-sifat logaritma seperti sifat berikut.

1).  ${}^a \log p + {}^a \log q = {}^a \log p.q$

2).  ${}^a \log p - {}^a \log q = {}^a \log \frac{p}{q}$

3).  ${}^a \log p^n = n {}^a \log p$

Untuk menemukan sifat di atas siswa diajak untuk melengkapi contoh berikut.

4).  ${}^2 \log 8 + {}^2 \log 16 = \dots + \dots = \dots$

$${}^2\log 128 = \dots = {}^2\log (8 \times 16)$$

$$5). \quad {}^2\log 4 + {}^2\log 32 = \dots + \dots = \dots$$

$${}^2\log 128 = \dots = {}^2\log (\dots \times \dots)$$

$$6). \quad {}^3\log 3 + {}^3\log 9 = {}^3\log (\dots \times \dots)$$

Dari contoh tersebut di atas dapat ditemukan sifat: ....

$$7). \quad {}^2\log 128 - {}^2\log 8 = \dots - \dots = \dots$$

$$= {}^2\log \dots = {}^2\log \dots$$

$$8). \quad {}^2\log \frac{128}{8} = {}^2\log \dots = \dots$$

Dari contoh tersebut diatas dapat ditemukan sifat: ....

$$9). \quad {}^2\log 16 = {}^2\log 2^4$$

$$= {}^2\log (2 \times 2 \times 2 \times 2)$$

$$= {}^2\log 2 + {}^2\log 2 + {}^2\log 2 + {}^2\log 2$$

$$= 4 \cdot {}^2\log 2$$

$$\text{Sehingga : } {}^2\log 2^4 = 4 \cdot {}^2\log 2$$

$$10). \quad {}^2\log 9 = {}^3\log 3^2$$

$$= {}^2\log (3 \times 3)$$

$$= {}^3\log 3 + {}^3\log 3$$

$$= 2 \cdot {}^3\log 3$$

$$\text{Sehingga : } {}^3\log 3^2 = 2 \cdot {}^3\log 3$$

Dari contoh tersebut diatas dapat ditemukan sifat: ....

- d. Dengan bimbingan guru seperti di atas, siswa akan menemukan sifat-sifat yang lain.
- e. Agar konsep tersebut tertanam pada siswa dipersilahkan mencoba menyederhanakan beberapa soal, dan mencoba menyatakan penjabarannya dalam operasi logaritma dan kemudian dipersilahkan mempresentasikan hasilnya di depan kelas
- f. Siswa diminta secara individu untuk mengerjakan latihan soal yang diberikan guru.
- g. Kegiatan refleksi, yaitu dengan tanya jawab guru menggali tentang apa-apa yang belum dikuasai oleh siswa dengan beberapa pertanyaan dari guru mengenai sifat-sifat logaritma

### 3. Kegiatan Penutup

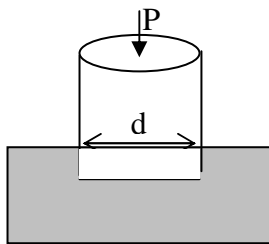
a. Siswa diminta untuk merangkum (membuat catatan-catatan penting) dari kegiatan belajar ini

b. Guru memberi PR, misalnya:

1) Tulislah dalam bentuk logaritma

$$K = \frac{a^3 \cdot \sqrt{b}}{c^{\frac{1}{6}} d^{\frac{2}{5}}}$$

2)



Poros tegak ditekan oleh gaya  $P = 2000$  kg. Hitung dengan logaritma tekanan bidang ( $k$ ), jika diameter poros ( $d$ ) = 6

mm dengan menggunakan rumus  $k = \frac{P}{\frac{\pi}{4} d^2}$

### E. SUMBER BELAJAR

1. Buku Modul tentang Bilangan Riil
2. Tabel Logaritma dan Lembar Kerja Siswa

### F. PENILAIAN

Penilaian diberikan secara *ongoing assessment* pada waktu kegiatan pembelajaran berlangsung yakni dilaksanakan pada saat diskusi kelompok, presentasi dan latihan soal

Mengetahui  
Kepala Sekolah

Guru Kelas

### Latihan Soal :

Sederhanakan :

1.  ${}^6\log 4 + {}^6\log 9$

2.  ${}^2\log 16 - {}^2\log 8$

3.  ${}^2\log 12 - {}^2\log 2 + {}^2\log 5$

4.  $3 \log 2 + 2 \log 4$

5.  $3^2\log 4 + {}^2\log 2 - 2^2\log 8$

## **Bab IV**

### **Penutup**

Paket Pembinaan Penataran ini hanyalah salah satu alternatif model pembelajaran dalam pengajaran matematika, guru dapat menggunakan model yang lain sesuai dengan materi yang akan diajarkan. Namun tidak ada model pembelajaran yang lebih baik tanpa usaha dari guru untuk memperbaiki proses pembelajaran yang lebih tepat sesuai dengan materi tersebut.

Paket ini hanya memuat sebagian contoh yang dapat disajikan, sehingga guru diharapkan mengembangkan model tersebut. Untuk memperdalam penguasaan model ini, guru dapat mempraktekan terlebih dahulu kedalam kelas, kemudian mengembangkan model tersebut kedalam materi yang lain supaya proses pembelajaran lebih bermakna.

## Daftar Pustaka

- Bruner, Jerome: 1977, *The Process of Education*, London: Harvard University Press
- Bruce Joyce dan Marsha Weil; 1992; *Models of Teaching*; Massachusetts; Allyn and Bacon
- Cooney, Davis; 1975; *Dynamics Of Teaching Secondary School Mathematics*; U.S.A; Houghton Mifflin Company
- Hermann Maier; 1995; *Kompendium Didaktik Matematika*; Bandung; PT Remaja Rosdakarya
- Marzano, Robert J; 1992; *A Different Kind of Classroom, Teaching with Dimensions of Learning*; Alexandria.VA : ASCD
- Marpaung, Y; 1999, *Struktur Kognitif Dalam Pembentukan Konsep Algoritma Matematis*, Dimuat dalam kumpulan Makalah FMIPA IKIP Sanata Dharma Yogyakarta, Editor Y. Marpaung, Paul Suparno
- Martinis Yamin; 2004; *Strategi Pembelajaran Berbasis Kompetensi*; Jakarta; Gaung Persada Press
- Michael O. Martin dan Ina V.S. Mullis; 2006; *Indonesia di TIMSS 2003*(Makalah yang disampaikan oleh Frederick K.S Leung di PPPG Matematika, Desember 2006) ;
- Muchlis, Ahmad; 2005; *Indonesia dan Kompetensi Matematika*; Jakarta; Direktorat Pendidikan Menengah Umum Departemen Pendidikan Nasional
- Paul Suparno; 1997; *Filsafat Konstruktivisme dalam Pendidikan*; Yogyakarta; Kanisius
- Soedjadi; 1999; *Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia Konstatasi Keadaan Masa Kini Menuju Harapan Masa Depan*; Jakarta; Depdikbud
- Sardiman; 2003; *Interaksi dan Motivasi Belajar Mengajar*; Jakarta ; PT Raja Grafindo Persada
- Tim PPPG Matematika; 2006; *Model-model Pembelajaran Matematika* ( Bahan Diklat Guru Pengembang SMP ); Yogyakarta; PPPG Matematika
- Voigt, Jorg ; 1996; *Theories of Mathematical Learning*; New Jersey; Lawrence Erlbaum Associates Publishers
- Anonim; 2001; *Kamus Besar Bahasa Indonesia*; Jakarta; Balai Pustaka
- Anonim; 2006; *Permen No 22 dan 23 tahun 2006 dan lampirannya*; Jakarta; Depdikbud